

المحاذاة السادسة

المسار P_n : مسار لا يحتوي على رؤوس متكررة ، نهضته الرأس P_n

n - عدد الرؤوس

و عدد الأضلاع يساوي عدد الرؤوس مطروحاً منه واحد .

$n=1$ P_1 .

$n=2$ P_2 بيانه تام منظم

$n=3$

P_3 $\text{بيانه غير تام وغير منظم}$

$n=4$

P_4

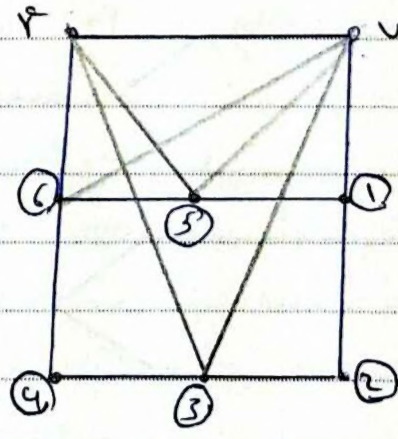
$n=5$

P_5

خواص المسار P_n :

1. عدد الأضلاع أصغر من عدد الرؤوس بواحد .
2. درجة الرؤوس عند الأطراف تساوي الواحد .
3. إذا $n > 2$ يكون البيانه غير تام وغير منظم .
4. طول المسار يساوي عدد الرؤوس مطروحاً منه واحد .

مثال :



G

P_n هو مسار بداية الرأس u وانتهى v ويكون المصدر u رأس v إلى
الرأس v فيهذا المسار يتبع أكثر من مسار
 $P_n: u \rightarrow v$

نوع المسار:

1. يمكن اتباع المسار u إلى v مباشرة $u \rightarrow v$.
2. يمكن اتباع المسار u إلى v عن طريق $5 \rightarrow v$.
3. يمكن اتباع المسار $u \rightarrow 6 \rightarrow v$.
4. يمكن اتباع المسار $u \rightarrow 4 \rightarrow 1 \rightarrow 5 \rightarrow 6 \rightarrow v$.
5. يمكن اتباع المسار $u \rightarrow 4 \rightarrow 3 \rightarrow v$.

تعريف:

مسار: كل مسار هو رحلة في ملك لا يمكن العودة
عند جميع.

- يسمى الرحلة u التي الرحلة مغلقة إذا كان $u = v$.

أي إذا انطلقت البداية على النهاية.

- إذا كانت لدينا الرحلة مغلقة u تدور دورة circuit.

الدورة: u تسمى دورة إذا كانت لا تحتوي على رؤوس متكررة.

وترتبط بالرمز C_n

في حلقة C_n عدد الرؤوس n وباري عدد الأضلاع

مما يتالي فلو أن الحلقة هي مسار مغلقة

أما المسار هو حلقة عند فتحها فمضلع

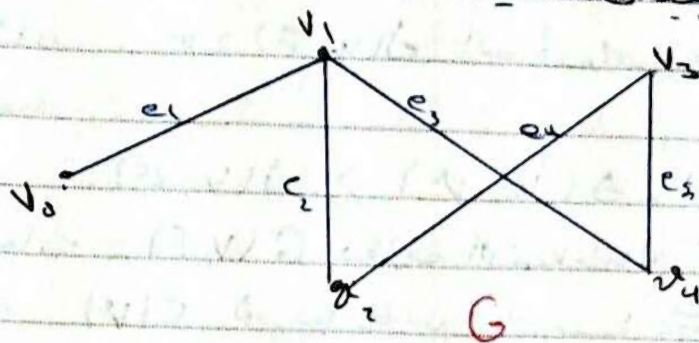


حلقة



مسار

نأخذ البنية التالية



منأخذ تلك البنية

$$W_1 = v_0 - v_4 = v_0, v_1, v_2, v_3, v_4$$

W_1 هي عبارة عن مسار من v_0 إلى v_4 لأنه الضلع e_5 متكرر

$$W_2 = v_1 - v_0 = v_1, v_2, v_3, v_4, v_0$$

W_2 هي عبارة عن مسار من v_1 إلى v_0 لأنه يوجد رؤوس متكررة وهو v_1

$$W_3 = v_0 - v_3 = v_0, v_1, v_4, v_3$$

W_3 هي عبارة عن مسار من v_0 إلى v_3 وهو مسار بسيط

المسافات في البنية: distance

ليكن البنية G و $G(v, E)$ وليكن u, v رأسين في البنية G

نقول عن الرأسين u, v متصلا إذا كانت يوجد $u - v$ مسار

إذا وجد في البنية مسار u إلى v ونظائره v إلى u

مسافة $d(u, v)$ هي عدد الحواف في المسار

ليكن البنية $G(v, E)$ متناظرة إذا كان كل رأسين في البنية متصلا

والإشارة البنية غير متناظرة إذا لم يوجد رأسين u, v لائلا يوجد مسار بينهما

مسافة بين الرأسين u, v هي أقصر مسار بينهما ونرمز له بالرمز

$$d(u, v)$$

عند عدم وجود مسار بين الرأسين نقول أن المسافة بينهما غير معروفة

أي: $d(u, v) = \infty$ وهذا يكون في البنية غير المتناظرة كالذي

كان البنية غير متناظرة فيكون $d(u, v) = \infty$

هناك بعض الملاحظات على المسافة $d(u, v)$

1- $d(u, v) \geq 0$
 2- إذا كان $d(u, v) = 0$ أي أن المسافة بين رأسين متساوية لصفر.

3- $d(u, v) \geq d(u, w) + d(w, v)$
 - ليكن لدينا البيان $G(V, E)$ نعرف الاختلاف المركزي للرأس v ونرمزه بالرسم $e(v)$ هو عبارة عن أكبر مسافة لهذا الرأس من أي رأس آخر.

- نصف القطر للبيان G بالرسم $rad(G)$ هو أصغر اختلاف مركزي
 أي $rad(G) = \min e(v)$
 - القطر $\leftarrow diam(G)$ هو أكبر اختلاف مركزي للبيان
 أي $diam(G) = \max_{u, v \in V(G)} d(u, v)$

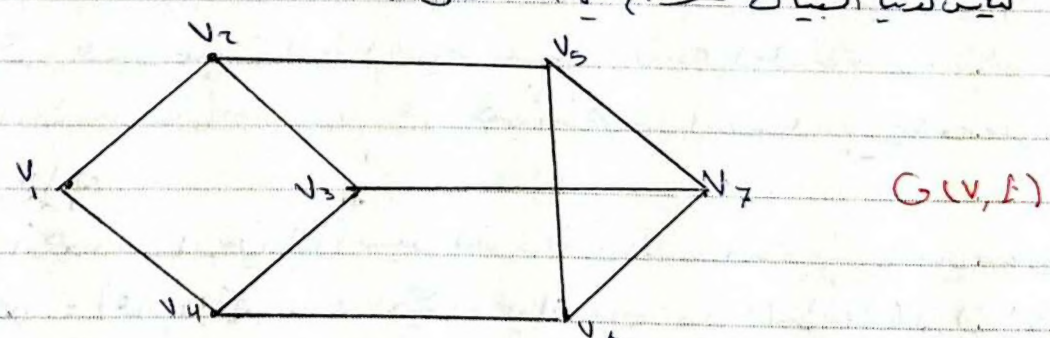
- للرأس v رأس مركزي للبيان G إذا كان $rad(G) = e(v)$
 - يوجد للبيان G أن يوجد فيه البيان أكثر من رأس مركزي يرمز له بالرسم:

$$C(G) = \text{مجموعة الرؤوس}$$

رسم مركزي للبيان.

تعريف:

ليكن لدينا البيان الموضح في الشكل:



- لنجد مسافات بين الرؤوس ونلاحظ الاختلاف المركزي
 كل مسافة بين رأسين هو أصغر عدد حواف متتابع للأضلاع بين الرأسين

$d(v_i, v_j)$	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6	v_7	$e(v_i)$
v_1	0	1	2	1	2	2	3	3
v_2	1	0	1	2	1	2	2	2
v_3	2	1	0	1	2	2	1	2
v_4	1	2	1	0	2	1	2	2
v_5	2	1	2	2	0	1	1	2
v_6	2	2	2	1	1	0	1	2
v_7	3	2	1	2	1	1	0	3

في هذا البيان لنا:

$$\text{rad}(G) = \min_{v \in V(G)} (e(v)) = 2$$

$$\text{diam}(G) = \max_{v \in V(G)} (e(v)) = 3$$

$$\text{rad}(G) = e(v) \Rightarrow \mathcal{C}(G) = \{v_2, v_3, v_4, v_5, v_6\}$$

مسار مركب:

مفاهيم المسار والرحلة والمسار والدورة والحلقة تنطبق على البيان
المعطى بشرط أن تحقق المتتالية المتتالية الرؤوس والأضلاع الشرط
التالي هو: كل ضلع مركب من رأسين متتاليين رأساً متتاليين.

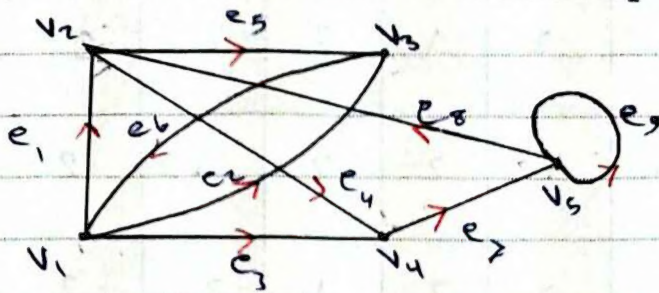
مثال ١

فإذا كان البيان الموجه $D(V, A)$ على كونه حقيقياً

$$e_i = v_1, v_i$$

مثال:

ليكن لدينا البيان الموجه التالي:



$D(V, A)$

لنكتشف هذا البيان ما يلي:

$$w_1: e_1, e_4, e_7, e_8, e_5, e_6, e_2$$

لاحظ أن w_1 هو مسار موجه (لا يتكرر فيه الرؤوس والأضلاع).

$$w_2: e_1, e_5, e_6, e_2$$

لاحظ أن w_2 عبارة عن حلقة موجهة (لأنه لا يوجد أضلاع متكررة).

$$w_3: e_3, e_7, e_8, e_5$$

لاحظ أن w_3 مسار موجه (لا يوجد رؤوس أو أضلاع متكررة).

$$w_4 C: e_1, e_4, e_7, e_8, e_5, e_6 \quad \text{وهي عبارة عن دورة موجهة (مغلقة)}$$

$$C: e_4, e_7, e_8$$

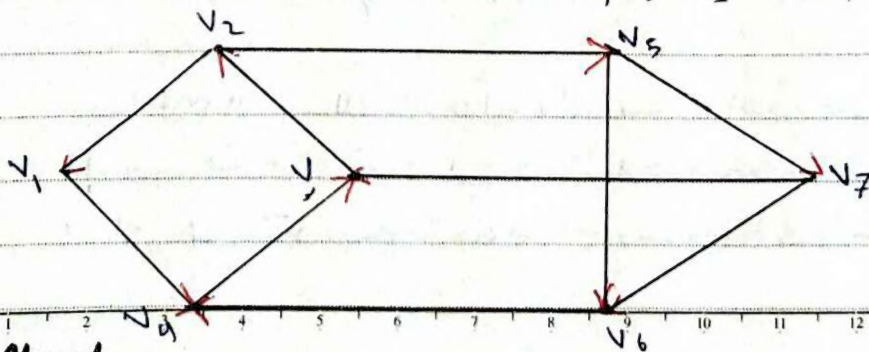
لاحظ أن C حلقة موجهة

عدم التكرار

(مسار مغلقة لا يتكرر فيه الرؤوس).

مثال: يوضح الاختلافات المتكررة بين بيان موجه.

ليكن لدينا البيان الموجه التالي $D(V, A)$:



Alamal

نقول مسافة بين الرأس u و v بالرمز $d(u, v)$ ويرمز لـ $d(u, v)$ بالرمز $d(u, v)$

إذا لم يوجد مسار بين الرأسين u و v نقول أنهما مسافة غير محددة أو غير مترابطة. ذلك يعني البنية غير المتصلة. $d(u, v) = \infty$

مسافة بين الرأسين u و v هي أصغر عدد من الحواف بينهما.

نقول بنية $D(V, A)$ متصلة إذا كان لكل رأسين مختلفين يوجد مسار بينهما. الرأس u إلى الرأس v وكذلك من v إلى u .

تعريف: الاختلاف المترابطة وصف لقطر المترابطة كما هو في البيان من الموصف.

انظر ارسمة سابقة:

$d(v_i, v_j)$	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6	v_7	$c(v_i)$
v_1	0	3	2	1	4	5	5	5
v_2	1	0	3	2	1	2	2	3
v_3	2	1	0	3	2	3	3	3
v_4	3	2	1	0	3	4	4	4
v_5	4	3	2	2	0	1	1	4
v_6	4	3	2	1	4	0	5	5
v_7	3	2	1	2	3	1	0	3

نلاحظ أن:

$$\text{rad}(D) = 3$$

$$\text{diam}(D) = 5$$

$$\mathcal{C}(D) = \{v_2, v_3, v_7\}$$